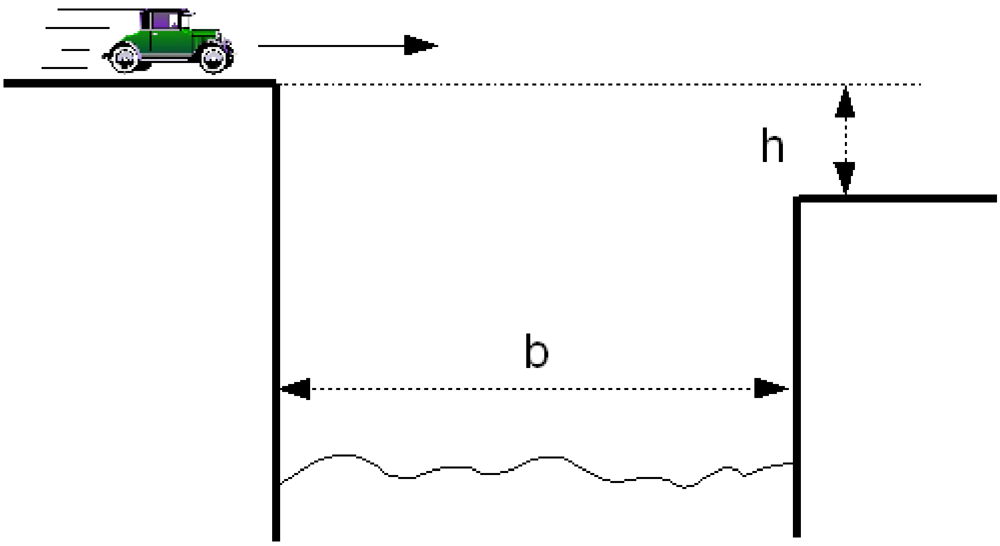
Physik LK 11, Arbeitsblatt Waagerechter Wurf und Freier Fall – Lösung 01.10.2009

<u>Aufgabe 1:</u> Stummfilmstar

Buster Keaton (1895-1966) war ein amerikanischer Star der Stummfilmzeit. Berühmt wurde er auch durch die waghalsigen Stunts, die er alle selbst durchführte. Im folgenden wird ein Stunt beschrieben, der ganz nach dem Geschmack des Buster Keaton gewesen wäre:

Buster Keaton

Ein Auto rast mit seiner maximalen Geschwindigkeit von v_0 = *120 km/h* auf einen Abgrund zu. Auf der anderen Seite des Abgrunds könnte es weiterfahren, wenn es nur weit genug fliegen würde. Die andere Seite befindet sich *h = 5 m* tiefer als das Niveau, auf dem sich das Auto momentan befindet. Der Abgrund hat eine Breite von b = *33 m*.



Die Reibung ist für die folgenden Aufgaben zu vernachlässigen.

a) Stelle für die waagerechte und senkrechte Komponente der Bewegung die jeweiligen Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Gesetze auf.

Lösung:

$$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow = 33{,}33 \frac{m}{s} \cdot t \quad , \quad v_x = v_0$$

$$s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t \quad , \quad v_y = -g \cdot t \quad \textit{oder} \quad s_y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \quad , \quad v_y = g \cdot t$$

b) Leite eine Formel für die Bahnkurve her. Welche Höhe hat das Fahrzeug bei s_x= 10 m, 20 m, 33 m?

Eleminiere die Zeit t: $t = \frac{s_x}{v_0}$ *, einsetzen in* $s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t$ *, daraus folgt:*

Physik LK 11, Arbeitsblatt Waagerechter Wurf und Freier Fall – Lösung   01.10.2009

$s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \left(\frac{s_x}{v_0}\right)^2 = -\frac{g}{2 v_0^2} \cdot s_x^2$ *Parabel* $f(x) = a\, x^2$ *mit Parameter* $a = -\frac{g}{2 v_0^2}$

$s_y(10\, m) = -0{,}44\, m \quad s_y(20\, m) = -1{,}77\, m \quad s_y(33\, m) = -4{,}81\, m$

c) Zeige mit einer Rechnung, dass der Sprung gelingen wird.

Mehrere Möglichkeiten:

1. Aus Aufgabe b) sehen wir, dass er an der Kante (s_x = 33 m), dass er noch 19 cm „Luft“ hat, daher gelingt der Sprung.

2. Die Zeit t_{max} für die Sprungdauer mit $s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t$ *(s_y = -5 m) ausrechnen und in*

$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow = 33{,}33 \frac{m}{s} \cdot t$ *einsetzen.*

$-5 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{max} \Rightarrow t_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-5)\, m}{-9{,}81 \frac{m}{s^2}}} = 1{,}01\, s$ *. Damit*

$x_{max} = 33{,}33 \frac{m}{s} \cdot 1{,}01\, s = 33{,}65\, m$

A: Der Wagen fliegt 33,65 m weit, also weiter als der Abgrund breit ist.

d) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Autos beim Aufprall?

Die Gesamtgeschwindigkeit setzt sich aus vertikaler und waagerechter Geschwindigkeitskomponente zusammen. $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$ *. Betragsmäßig gilt somit:*

$v^2 = v_x^2 + v_y^2$ *. v_x und v_y aus den Geschwindigkeits-Zeit-Gesetzen aus a)*

$v_x = 33{,}33 \frac{m}{s}$, $v_y = g \cdot t_{max} = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}01\, s = 9{,}90 \frac{m}{s}$ $\quad v = \sqrt{\left(33{,}33 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(9{,}90 \frac{m}{s}\right)^2} = 34{,}77 \frac{m}{s}$

A: Der Wagen prallt mit einer Geschwindigkeit von 35 m/s oder 125 km/h auf.

e) Berechne, wie schnell (in km/h) das Fahrzeug sein müsste, wenn sich die andere Seite 2m unter dem Niveau des Autos befinden würde (*h = 2 m*).

Die Zeit t_{max} für die Sprungdauer mit $s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t$ *(s_y = -2 m) ausrechnen und in*

$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow = 33{,}33 \frac{m}{s} \cdot t$ *einsetzen.*

$$-2=-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{max}\Rightarrow t_{max}=\sqrt{\frac{2\cdot(-2)\,m}{-9{,}81\,\frac{m}{s^2}}}=0{,}64\,s$$ *Einsetzen in*

$$s_x=v_0\cdot t\Rightarrow v_0=\frac{s_x}{t_{max}}=\frac{33\,m}{0{,}64\,s}=51{,}68\,\frac{m}{s}=186{,}05\,\frac{km}{h}$$

***A:* Das Auto würde eine Geschwindigkeit von 52 m/s oder 186 km/h benötigen.**

f) Wie schnell (in km/h) müsste das Fahrzeug sein, wenn sich die andere Seite genau auf dem Niveau des Autos befinden würde (*h = 0 m*). Begründe dein Ergebnis.

$$t_{max}=\sqrt{\frac{2\cdot 0\,m}{-9{,}81\,\frac{m}{s^2}}}=0\,s$$ *Nur bei 0 sek ist er auf der Ursprungshöhe.*

$$v_0=\frac{s_x}{t_{max}}=\frac{33\,m}{0\,s}=?\quad \text{aber}\quad \lim_{t_{max}\to 0}\frac{s_x}{t_{max}}=\infty\ .$$

A: Der Wagen müsste also „unendlich“ schnell sein, damit so ein Sprung klappen kann.

<u>Aufgabe 2:</u> „Närrischer Tuk!“ (knifflige Aufgabe zum freien Fall)

Aus dem Herrn der Ringe, Band 1 – Die Gefährten, von J.R.R Tolkien

Peregrin Tuk im Film

„Das scheint eine Wachstube gewesen zu sein, um die drei Gänge zu bewachen“, sagte Gimli. „Das Loch war gewiss ein Brunnen für die Versorgung der Wachen, abgedeckt mit einem steinernen Deckel. Aber der Deckel ist zerbrochen, und wir müssen im Dunkeln vorsichtig sein.“
Der Brunnen übte eine seltsame Anziehungskraft auf Pippin aus. Während die anderen die Decken ausrollten und an den Wänden der Kammer, möglichst weit entfernt vom Loch im Fußboden, sich ihre Betten machten, kroch er an den Rand und schaute hinein. Ein kühler Lufthauch wehte ihm ins Gesicht, der aus unsichtbaren Tiefen aufstieg. Einer plötzlichen Regung folgend, tastete er nach einem losen Stein und ließ ihn hineinfallen. Er fühlte sein Herz viele Male schlagen, ehe ein Ton zu hören war. Dann kam von weit unten, als ob der Stein an irgendeinem höhlenartigen Ort in tiefes Wasser gefallen sei, ein Plumps*, sehr entfernt, aber verstärkt und wiederholt in dem hohlen Schacht.*
„Was ist das?“, rief Gandalf. Er war erleichtert, als Pippin beichtete, was er getan hatte; aber er war ärgerlich, und Pippin sah, wie seine Augen blitzten. „Närrischer Tuk!“, knurrte er.

Wir wissen nicht genau, wie viele Herzschläge es waren, aber nehmen wir einmal an, es dauerte 22,909 Sekunden, bis der ins Wasser fallende Stein zu hören war. (Schallgeschwindigkeit 330 m/s).

Wie tief ist das „*Loch im Fußboden“*?

Lösung:

Gesucht ist die Strecke s_0.Diese Strecke wird zweimal zurückgelegt. Einerseits im freien Fall in der Zeit t_1, und andererseits als geradlinige Bewegung des Schalls in der Zeit t_2. Die Gesamtzeit setzt sich aus diesen beiden Zeiten zusammen.

Stelle die Weg-Zeit-Gesetze auf.

I. $s_0 = \frac{1}{g} t_1^2$

II. $s_0 = v_s t_2$ *mit* $v_s = 330 \frac{m}{s}$

Außerdem ist die Gesamtzeit

III. $t_0 = t_1 + t_2 = 22{,}909\, s$

Setze III. in II. ein:

II. $s_0 = v_s (t_0 - t_1) = v_s t_0 - v_s t_1$

Setze I. und II. gleich:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} g t_1^2 = v_s t_0 - v_s t_1 \\ \Leftrightarrow &\frac{1}{2} g t_1^2 + v_s t_1 - v_s t_0 = 0 \\ \Leftrightarrow &t_1^2 + \frac{2 v_s}{g} t_1 - \frac{2 v_s t_0}{g} = 0 \end{aligned}$$

Wende p-q-Formel an:

$$t_{1/2} = -\frac{v_s}{g} \pm \sqrt{\frac{v_s^2}{g^2} + \frac{2 v_s t_0}{g}}$$

Nun noch Werte einsetzen:

$$\begin{aligned} t1_{1/2} &= -33{,}64\, s \pm \sqrt{1131{,}6\, s^2 + 1541{,}278\, s^2} \\ &= -33{,}64\, s \pm 51{,}700\, s \\ \Rightarrow\ t_1 &= 18{,}060\, s \end{aligned}$$

da die zweite Lösung mit einer negativen Zeit unphysikalisch ist.

Damit $t_2 = t_0 - t_1 = 22{,}909\, s - 18{,}060\, s = 4{,}849\, s$

Setze t_2 *in II. ein:* $s_0 = 330 \frac{m}{s} 4{,}849\, s = 1600{,}207\, m$

A: Das „Loch im Boden“ ist 1,6 km tief.