Mathematik GK m4, 1. Kursarbeit – Stochastik – Lösung B **09.12.2015**

Aufgabe 1: Ein Skatspiel besteht aus insgesamt 32 Karten. Es gibt zwei rote Farben (Karo und Herz) sowie zwei schwarze Farben (Pik und Kreuz).

Von jeder Farbe (Karo, Herz, Pik, Kreuz) gibt es die Karten 7,8,9,10, B (Bube), D (Dame), K (König), A (Ass), also 8 Karten.

Der Wert entspricht der Reihenfolge 7 bis Ass. Die Farben haben die Wertreihenfolge Karo, Herz, Pik, Kreuz.

Höher als Pik-König (PK) sind also nur Kreuz-König (KrK) und die vier Asse (KA, HA, PA, KrA)

Die Karten Bube, Dame und König werden als Bilder bezeichnet.

1.1 Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein.
Ziehen einer Karte. Berechne die Wahrscheinlichkeit,

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
1.1.1	ein Ass zu ziehen.	$\frac{4}{32}$	**=12,5 %**
1.1.2	nicht Karo zu ziehen.	$1-\frac{8}{32}$	**=75 %**
1.1.3	keine Karte mit einer Zahl zu ziehen.	$\frac{4\cdot 4}{32}$	**=50 %**
1.1.4	eine Karte zu ziehen, deren Wert höher ist als Karo-König.	$\frac{3+4}{32}$	**=21,88 %**
1.1.5	eine schwarze Karte mit einer geraden Zahl zu ziehen.	$\frac{2\cdot 2}{32}$	**=12,5 %**

1.2 Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein. Ziehen von zwei Karten mit Zurücklegen. Berechne die Wahrscheinlichkeit,

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
1.2.1	zwei Könige zu ziehen.	$\left(\frac{4}{32}\right)^2$	**=1,56 %**
1.2.2	zweimal die gleiche Karte zu ziehen.	$\frac{1}{32}$	**=3,13 %**
1.2.3	eine Dame und einen König zu ziehen.	$2\cdot\frac{4}{32}\cdot\frac{4}{32}$	**=3,13 %**
1.2.4	mindestens einen König zu ziehen.	$1-\left(\frac{28}{32}\right)^2$	**=23,44 %**
1.2.5	zwei Karten zu ziehen, bei denen die Summe der Zahlen 17 ergibt.	$2\cdot\underset{Karte\,7}{\frac{4}{32}}\cdot\underset{Karte\,10}{\frac{4}{32}}+2\cdot\underset{Karte\,8}{\frac{4}{32}}\cdot\underset{Karte\,9}{\frac{4}{32}}$	**=6,25 %**

1.3 Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein. Berechne Aufgabe 1.2 für das Ziehen von zwei Karten ohne Zurücklegen.

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
1.3.1	zwei Könige zu ziehen.	$\frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31}$	$=1{,}21\,\%$
1.3.2	zweimal die gleiche Karte zu ziehen.	$1\cdot 0$	$=0\,\%$
1.3.3	eine Dame und einen König zu ziehen.	$2\cdot\frac{4}{32}\cdot\frac{4}{31}$	$=3{,}23\,\%$
1.3.4	mindestens einen König zu ziehen.	$1-\frac{28}{32}\cdot\frac{27}{31}$	$=23{,}79\,\%$
1.3.5	zwei Karten zu ziehen, bei denen die Summe der Zahlen 17 ergibt.	$2\cdot\underbrace{\frac{4}{32}}_{Karte\,7}\cdot\underbrace{\frac{4}{31}}_{Karte\,10}+2\cdot\underbrace{\frac{4}{32}}_{Karte\,8}\cdot\underbrace{\frac{4}{31}}_{Karte\,9}$	$=6{,}45\,\%$

1.4 Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein. Ziehen von drei Karten mit Zurücklegen. Berechne die Wahrscheinlichkeit,

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
1.4.1	drei Könige zu ziehen.	$\left(\frac{1}{32}\right)^3$	$=0{,}20\,\%$
1.4.2	dreimal Karo zu ziehen.	$\left(\frac{8}{32}\right)^3$	$=1{,}56\,\%$
1.4.3	drei Karten zu ziehen, die sich nur durch ihre Farbe unterscheiden, also einen Drilling.	$1\cdot\frac{3}{32}\cdot\frac{2}{32}$	$=0{,}60\,\%$

1.5 Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein. Berechne Aufgabe 1.4 für das Ziehen von drei Karten ohne Zurücklegen.

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
1.5.1	drei Könige zu ziehen.	$\frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31}\cdot\frac{2}{30}$	$=\frac{1}{1240}=0{,}08$
1.5.2	dreimal Karo zu ziehen.	$\frac{8}{32}\cdot\frac{7}{31}\cdot\frac{6}{30}$	$=1{,}13\,\%$
1.5.3	drei Karten zu ziehen, die sich nur durch ihre Farbe unterscheiden, also einen Drilling.	$1\cdot\frac{3}{31}\cdot\frac{2}{30}$	$=0{,}65\,\%$

Mathematik GK m4, 1. Kursarbeit – Stochastik – Lösung B **09.12.2015**

Aufgabe 2: Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage die Lösung in die Tabelle ein.

Berechne oder lies die Ergebnisse aus einer Tabelle ab.

Nr.	Aufgabe	Ergebnis	Nr.	Aufgabe	Ergebnis
2.1	$B_{12;0,2}(7)$	**0,33 %**	**2.3**	$F_{100;0,4}(52)$	**99,42 %**
2.2	$B_{30;\frac{1}{8}}(8)$	**1,85 %**	**2.4**	$F_{25;0,6}(13)$	**26,77 %**

Aufgabe 3: Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein.

Gegeben ist eine binomialverteilte Zufallsgröße *X* mit den Parametern *n* und *p*. Berechne

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
3.1	$P(X=20)$ für $n=50;p=0{,}22$	$B_{50;0,22}(20)$	**=0,19 %**
3.2	$P(X\geq 20)$ für $n=25;p=0{,}5$	$1-F_{25;0,5}(19)$	**=0,20 %**
3.3	$P(0\leq X<20)$ für $n=25;p=0{,}5$	$F_{25;0,5}(19)$	**=99,80 %**
3.4	$P(10<X<12)$ für $n=25;p=0{,}6$	$B_{25;0,6}(11)$	**=4,34 %**
3.5	$P(19<X\leq 21)$ für $n=40;p=0{,}55$	$B_{40;0,55}(20)+B_{40;0,55}(21)$	**=22,19 %**

Aufgabe 4: Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt. Trage den Lösungsterm und die Lösung in die Tabelle ein.

Die Firma „Lichtimax“ stellt Weihnachtslichterketten her und bekommt seine LED-Lämpchen von einem Zulieferer. Laut Vertrag dürfen maximal 2% der gelieferten LED-Lampen defekt sein. Es werden Lichterketten mit 25, 50 und 100 Birnchen herstellt. Eine Lichterkette wird als defekt bezeichnet, sobald mindestens ein Lämpchen nicht funktioniert.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

Nr.	Aufgabe	Lösungsterm	Ergebnis
4.1	eine 25er-Lichterkette nicht defekt ist.	$(0{,}98)^{25}$	**=60,35 %**
4.2	eine 50er-Lichterkette genau drei defekte Lämpchen hat.	$B_{50;0,02}(3)$	**=6,06 %**
4.3	eine Lieferung LED-Lämpchen abgelehnt wird, weil in einer Stichprobe von 40 Lämpchen mindestens ein defektes Lämpchen ist.	$1-B_{40;0,02}(0)$	**=55,43 %**

<u>**4.7**</u> Ein neuer Zulieferer, der ins Geschäft einsteigen möchte, behauptet, dass nur 0,2% seiner LED-Lämpchen defekt sind.

Berechne, welche maximale Länge eine Lichterkette mit diesen Lämpchen haben könnte, damit mit 98%-tiger Wahrscheinlichkeit die Lichterkette nicht defekt ist. Löse die Aufgabe hier auf dem Blatt, benutze ggf. noch die Rückseite.

defekt: $0{,}2\% = 0{,}002$ nicht defekt: $1 - 0{,}002 = 0{,}998$

nicht defekt der Länge n: $(0{,}998)^n$

Das soll $98\% = 0{,}98$ ergeben:

$$(0{,}998)^n = 0{,}98 \quad | \ \ln()$$
$$\Leftrightarrow \ln\left((0{,}998)^n\right) = \ln(0{,}98) \quad | \ \ln()$$
$$\Leftrightarrow n \cdot \ln(0{,}998) = \ln(0{,}98) \quad | \ : \ln(0{,}998)$$
$$\Leftrightarrow n = \frac{\ln(0{,}98)}{\ln(0{,}998)} = 10{,}09$$

A: Die Kette darf höchstens 10 Lämpchen haben.