Mathematik GK 12 m3, HÜ 01 – Flächenberechnung – Lösung B **02.10.2015**

Aufgabe 1: Berechne den Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion $f(x)=-x^2-2x+3$ und der x-Achse im Intervall $[0;1]$.

Berechnung der Nullstellen: $0=-x_n^2-2x_n+3 \quad | \cdot(-1)$

$0=x_n^2+2x-3 \Rightarrow x_{1/2}=-1\pm\sqrt{1^2+3}=-1\pm 2 \Rightarrow x_1=-3; x_2=1$

Keine der NST liegt innerhalb des betrachteten Intervalls, also muss die Fläche nicht unterteilt werden.

$$\boldsymbol{A}=\left|\int_0^1 \left(-x^2-2x+3\right)dx\right|=\left|\left[-\frac{1}{3}x^3-x^2+3x\right]_0^1\right|=\left|-\frac{1}{3}\cdot 1^3-1^2+3\cdot 1-(0-0+0)\right|$$
$$=\left|-\frac{1}{3}-1+3\right|=\left|\frac{5}{3}\right|=\boldsymbol{\frac{5}{3}}\approx 1{,}67$$

Aufgabe 2: Berechne den Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion und dem $f(x)=-x^2-2x+3$ Graphen der Funktion $g(x)=0{,}5x+1{,}5$ im Intervall $[-3;0]$.

Bilde Differenzfunktion:
$h(x)=g(x)-f(x)=0{,}5x+1{,}5-(-x^2-2x+3)=0{,}5x+1{,}5+x^2+2x-3=x^2+2{,}5x-1{,}5$

Berechnung der Nullstellen:

$$0=x_n^2+2{,}5x_n-1{,}5 \Rightarrow x_{1/2}=-\frac{5}{4}\pm\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2+\frac{3}{2}}=-\frac{5}{4}\pm\sqrt{\frac{25}{16}+\frac{24}{16}}=-\frac{5}{4}\pm\sqrt{\frac{49}{16}}=-\frac{5}{4}\pm\frac{7}{4}$$
$$\Rightarrow x_1=-\frac{5}{4}-\frac{7}{4}=-\frac{12}{4}=-3 \;;\; x_2=\frac{-5}{4}+\frac{7}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Keine der NST liegt im betrachteten Intervall, also muss die Fläche nicht unterteilt werden.

$$\boldsymbol{A}=\left|\int_{-3}^{0}\left(x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx\right|=\left|\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{4}x^2-\frac{3}{2}x\right]_{-3}^{0}\right|=\left|0+0+0-\left(\frac{1}{3}\cdot(-3)^3+\frac{5}{4}\cdot(-3)^2-\frac{3}{2}\cdot(-3)\right)\right|$$
$$=\left|-\left(\frac{27}{4}\right)\right|=\frac{27}{4}=\boldsymbol{6{,}75}$$