Mathematik Klasse 10a, 4. Klassenarbeit – Trigonometrie – Lösung B **26.05.2014**

<u>Aufgabe 1:</u> Das Straßenschild rechts zeigt die mittlere Steigung für einen Straßenabschnitt, der 250 m lang ist.

<u>1.1</u> Berechne den Höhenunterschied zwischen Beginn und Ende des Straßenabschnitts.

$$\tan(\alpha)=0{,}2 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{\alpha}=\arctan(0{,}2)=\mathbf{11{,}3099\,°}$$

$$\sin(\alpha)=\frac{h}{250\,m} \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{h}=250\,m\cdot\sin(11{,}3099\,°)=\mathbf{49{,}0290\,\boldsymbol{m}}$$

A: Der Höhenunterschied beträgt 49,0 m.

<u>1.2</u> Berechne den Steigungswinkel für dieses Straßenstück.

A: Der Steigungswinkel ist 11,31° groß.

<u>Aufgabe 2:</u> Berechne die fehlenden Winkelgrößen und Seitenlängen für alle möglichen Dreiecke ABC mit den folgenden Angaben:

<u>2.1</u> $a=8\,cm\,;c=5\,cm\,;\alpha=30\,°$

$$\frac{c}{a}=\frac{\sin(\gamma)}{\sin(\alpha)} \;\Leftrightarrow\; \sin(\gamma)=\frac{c}{a}\cdot\sin(\alpha)=\frac{5\,cm}{8\,cm}\cdot\sin(30\,°)=\frac{5}{16}=0{,}3125$$

$$\boldsymbol{\gamma}=\arcsin(0{,}3125)=\mathbf{18{,}2100\,°}$$

$$\boldsymbol{\beta}=180\,°-\alpha-\gamma=180\,°-30\,°-53{,}13\,°=\mathbf{131{,}7900\,°}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{b}=a\cdot\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}=8\,cm\cdot\frac{\sin(131{,}900\,°)}{\sin(30°)}=\mathbf{11{,}9295\,\boldsymbol{cm}}$$

Prüfung auf zweites Dreieck:

$$\boldsymbol{\gamma}'=180\,°-\gamma=\mathbf{161{,}7900}\,° \qquad \boldsymbol{\beta}'=180\,°-\alpha-\gamma'=180\,°-30\,°-161{,}7900\,°=\mathbf{-11{,}7900\,°}$$

Damit gibt es kein zweites Dreieck.

<u>2.2</u> $a=16\,cm\,;b=8\,cm\,;c=7\,cm$

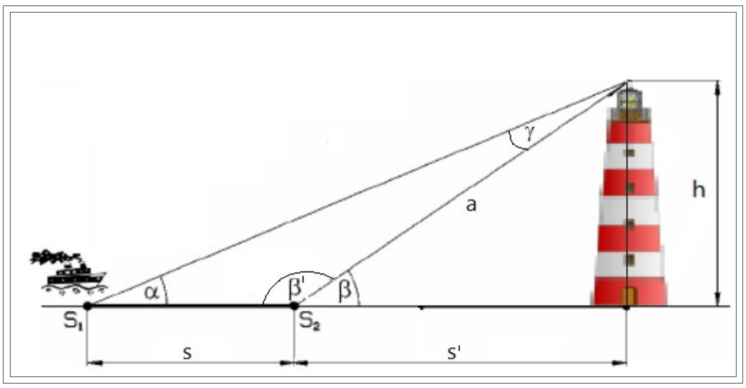
Keine Lösung, da Dreiecksungleichung nicht erfüllt: $b+c<a$

Oder auch mit dem Kosinussatz:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma) \;\Leftrightarrow\; \cos(\gamma)=-\frac{c^2-a^2-b^2}{2ab}=-\frac{(7\,m)^2-(16\,m)^2-(8\,m)^2}{2\cdot16\,m\cdot8\,m}=-\frac{2081\,m^2}{256\,m^2}=-8{,}1$$

Der Kosinuswert darf nicht kleiner als -1 sein. Somit gibt es **keine Lösung.**

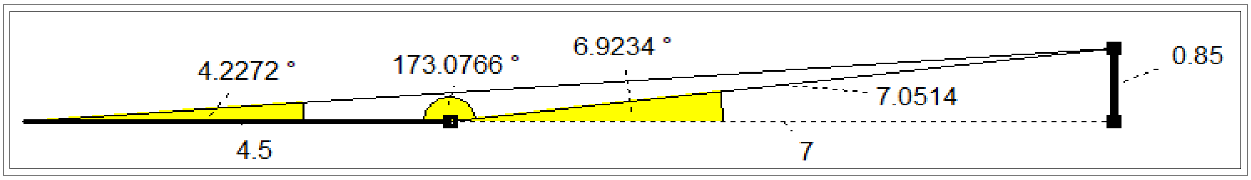
<u>Aufgabe 3:</u> Von einem Schiff an der Stelle S_1 sieht man die Spitze eines Leuchtturms unter einem Winkel von $\alpha=4{,}2272\,°$. Das Schiff fährt $s=450\,m$ direkt auf den Leuchtturm zu bis zum Punkt S_2. Jetzt beträgt der Sichtwinkel $\beta=6{,}9234\,°$.



<u>3.1</u> Berechne die Höhe h des Leuchtturms.

Nebenwinkel zu β im linken Dreieck:

$$\beta'=180°-\beta=173{,}0766\,°$$



(Längenangaben mit Faktor 100 multiplizieren in Lösungsskizze)

Bleibt für den Winkel γ (verbleibender Winkel im linken Dreieck):

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta' = 180° - 4{,}2272° - 173{,}0766° = 2{,}6962°$$

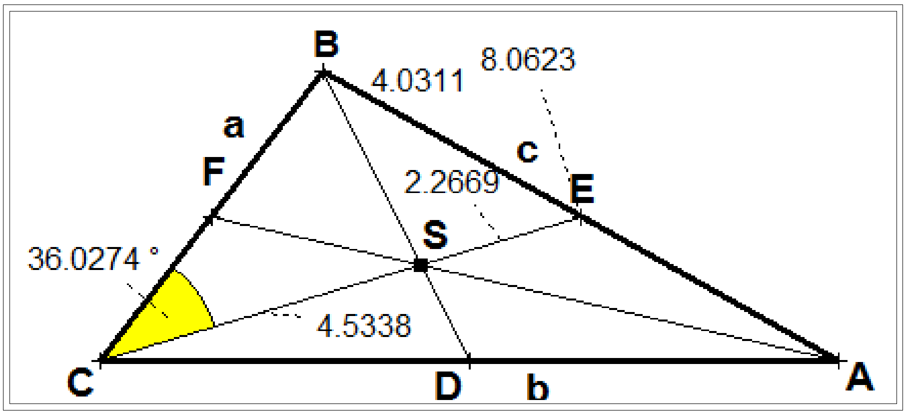
$$\frac{a}{s} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow a = s \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} = 450\,m \cdot \frac{\sin(4{,}2272°)}{\sin(2{,}6962°)} = 705{,}1466271\,m$$

Betrachte das rechte rechtwinklige Dreieck:

$$\sin(\beta) = \frac{h}{a} \Leftrightarrow \boldsymbol{h} = a \cdot \sin(\beta) = 705{,}1466271\,m \cdot \sin(6{,}9234°) = \mathbf{84{,}99998068\,m}$$

A: Der Leuchtturm ist 85 m hoch.

Aufgabe 4: Benutze für die folgende Aufgabe die Regel: „Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden eines Dreiecks ist der Schwerpunkt des Dreiecks und teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 1:2“. (Eingezeichnet sind die Seitenhalbierenden).



$a = 5\,cm$; Strecke $\overline{ES}: 2{,}2669\,cm$;
Winkel bei $C: 36{,}0274°$ Berechne c.

Benutze Regel: $\overline{EC} = \overline{ES} + 2 \cdot \overline{ES} = 3\,\overline{ES} = 3 \cdot 2{,}2669\,cm = 6{,}8007\,cm$

Kosinussatz:

$$\overline{BE}^2 = a^2 + \overline{EC}^2 - 2\,a\,\overline{EC}\cos(36{,}0274°)$$
$$= (5\,cm)^2 + (6{,}8007\,cm)^2 - 2 \cdot 5\,cm \cdot 6{,}8007\,cm \cdot \cos(36{,}0274°) = 16{,}27982419\,cm^2$$
$$\Rightarrow \overline{BE} = 4{,}0311\,cm$$

$$\boldsymbol{c} = 2 \cdot \overline{BE} = 2 \cdot 4{,}0311\,cm = \mathbf{8{,}0622\,cm}$$