Mathematik Klasse 10a, 4. Klassenarbeit – Trigonometrie – Lösung A **26.05.2014**

Aufgabe 1: Das Straßenschild rechts zeigt die mittlere Steigung für einen Straßenabschnitt, der 350 m lang ist.

1.1 Berechne den Höhenunterschied zwischen Beginn und Ende des Straßenabschnitts.

$$\tan(\alpha)=0{,}12 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha}=\arctan(0{,}12)=\mathbf{6{,}8428°}$$

$$\sin(\alpha)=\frac{h}{350\,m} \Leftrightarrow \boldsymbol{h}=350\,m\cdot\sin(6{,}8428°)=\mathbf{41{,}7008}\,\boldsymbol{m}$$

A: Der Höhenunterschied beträgt 41,7m.

1.2 Berechne den Steigungswinkel für dieses Straßenstück.

A: Der Steigungswinkel ist 6,84° groß.

Aufgabe 2: Berechne die fehlenden Winkelgrößen und Seitenlängen für alle möglichen Dreiecke ABC mit den folgenden Angaben:

2.1 $b=8\,cm;\, c=5\,cm;\, \gamma=30°$

$$\frac{b}{c}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow \sin(\beta)=\frac{b}{c}\cdot\sin(\gamma)=\frac{8\,cm}{5\,cm}\cdot\sin(30°)=\frac{4}{5}=0{,}8 \qquad \boldsymbol{\beta}=\arcsin(0{,}8)=\mathbf{53{,}13°}$$

$$\boldsymbol{\alpha}=180°-\beta-\gamma=180°-30°-53{,}13°=\mathbf{96{,}87°}$$

$$\frac{a}{c}=\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow \boldsymbol{a}=c\cdot\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}=5\,cm\cdot\frac{\sin(96{,}87°)}{\sin(30°)}=\mathbf{9{,}93}\,\boldsymbol{cm}$$

Prüfung auf zweites Dreieck:

$$\boldsymbol{\beta'}=180°-\beta=\mathbf{126{,}87°} \qquad \boldsymbol{\alpha'}=180°-\beta'-\gamma=180°-30°-126{,}87°=\mathbf{23{,}13°}$$

$$\frac{a'}{c}=\frac{\sin(\alpha')}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow \boldsymbol{a'}=c\cdot\frac{\sin(\alpha')}{\sin(\gamma)}=5\,cm\cdot\frac{\sin(23{,}13°)}{\sin(30°)}=\mathbf{3{,}93}\,\boldsymbol{cm}$$

2.2 $a=6\,m;\, b=8\,m;\, c=15\,m$

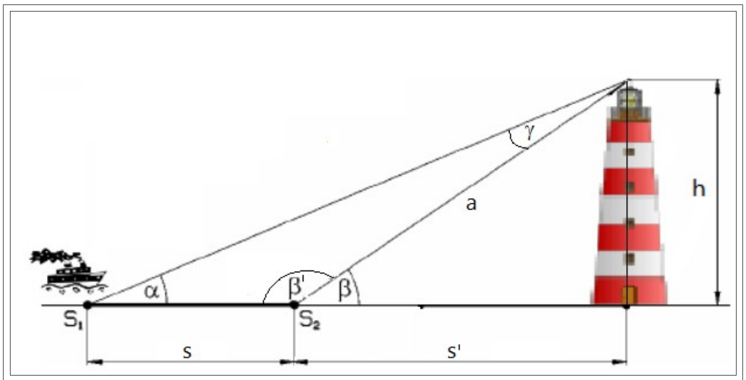
Keine Lösung, da Dreiecksungleichung nicht erfüllt: $a+b<c$

Oder auch mit dem Kosinussatz:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma) \Leftrightarrow \cos(\gamma)=-\frac{c^2-a^2-b^2}{2ab}=-\frac{(15\,m)^2-(6\,m)^2-(8\,m)^2}{2\cdot 6\,m\cdot 8\,m}=-\frac{125\,m^2}{96\,m^2}=-1{,}3$$

Der Kosinuswert darf nicht kleiner als -1 sein. Somit gibt es **keine Lösung.**

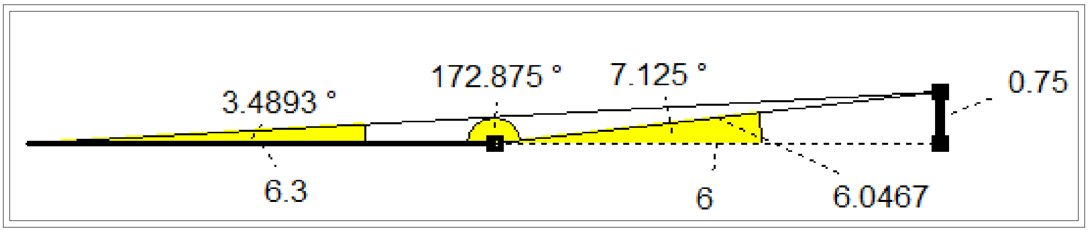
Aufgabe 3: Von einem Schiff an der Stelle S_1 sieht man die Spitze eines Leuchtturms unter einem Winkel von $\alpha=3{,}4893°$. Das Schiff fährt $s=630\,m$ direkt auf den Leuchtturm zu bis zum Punkt S_2. Jetzt beträgt der Sichtwinkel $\beta=7{,}125°$.



3.1 Berechne die Höhe h des Leuchtturms.

Nebenwinkel zu β im linken Dreieck:

$$\beta'=180°-\beta=172{,}875°$$



(Längenangaben mit Faktor 100 multiplizieren in Lösungsskizze)

Bleibt für den Winkel γ (verbleibender Winkel im linken Dreieck):

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta' = 180° - 3{,}4893° - 172{,}875° = 3{,}6357°$$

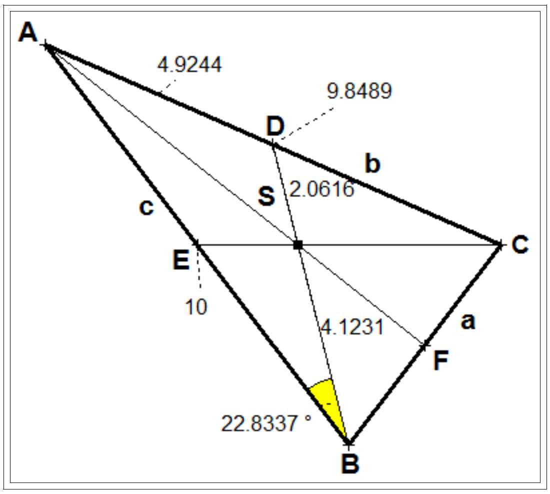
$$\frac{a}{s} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} \Leftrightarrow a = s \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} = 630\,m \cdot \frac{\sin(3{,}4893°)}{\sin(3{,}6357°)} = 604{,}6635993\,m$$

Betrachte das rechte rechtwinklige Dreieck:

$$\sin(\beta) = \frac{h}{a} \Leftrightarrow \boldsymbol{h} = a \cdot \sin(\beta) = 604{,}6635993\,m \cdot \sin(7{,}125°) = \mathbf{74{,}99911785}\,\boldsymbol{m}$$

A: Der Leuchtturm ist 75 m hoch.

<u>**Aufgabe 4:**</u> Benutze für die folgende Aufgabe die Regel: „Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden eines Dreiecks ist der Schwerpunkt des Dreiecks und teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 1:2“. (Eingezeichnet sind die Seitenhalbierenden).



$c = 10\,cm$; Strecke $\overline{DS}: 2{,}0616\,cm$;
Winkel bei $B: 22{,}8337°$

Berechne b.

Benutze Regel:

$$\overline{DB} = \overline{DS} + 2 \cdot \overline{DS} = 3\,\overline{DS} = 3 \cdot 2{,}0616\,cm = 6{,}1848\,cm$$

Kosinussatz:

$$\overline{AD}^2 = c^2 + \overline{DB}^2 - 2\,c\,\overline{DB}\cos(22{,}8337°)$$
$$= (10\,cm)^2 + (6{,}1848\,cm)^2 - 2 \cdot 10\,cm \cdot 6{,}1848\,cm \cdot \cos(22{,}8337°) = 24{,}24918007\,cm^2$$
$$\Rightarrow \overline{AD} = 4{,}9243\,cm$$

$$\boldsymbol{b} = 2 \cdot \overline{AD} = 2 \cdot 4{,}9243\,cm = \mathbf{9{,}8487}\,\boldsymbol{cm}$$