Mathematik Klasse 10a, 3. KA – Potenz- und Exponentialfunktionen – Lösung B 10.03.2014

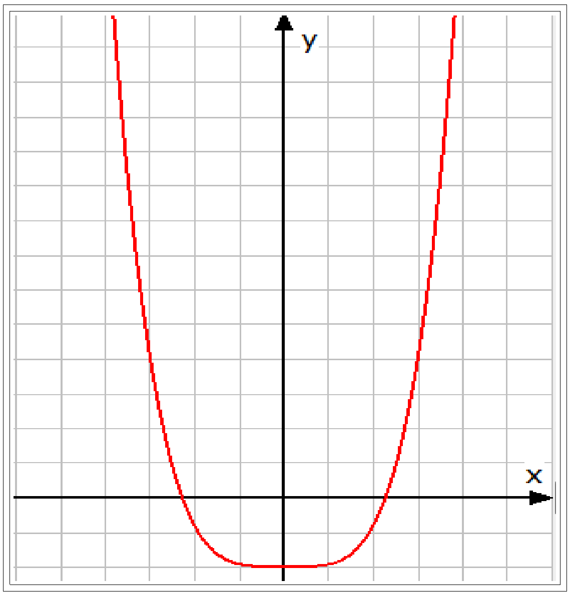
<u>Aufgabe 1:</u> Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

<u>1.1</u> $\frac{x^a}{x^2} = \boldsymbol{x^{a-2}}$ **<u>1.2</u>** $x^{(u^2+v^2)} \cdot x^{2\mathrm{uv}} = x^{u^2+v^2+2\mathrm{uv}} = \boldsymbol{x^{(u+v)^2}}$

<u>1.3</u> $\frac{x^{u+2}y^v + 2\mathrm{x}^{u+1}y^{v+1} + x^u y^{v+2}}{x^u y^v \cdot (x+y)} - y = \frac{x^u y^v \cdot (x^2 + 2\mathrm{xy} + y^2)}{x^u y^v \cdot (x+y)} - y = \frac{(x+y)^2}{x+y} - y = x + y - y = \boldsymbol{x}$

<u>Aufgabe 2:</u> Skizziere* die Potenzfunktion mit den folgenden Eigenschaften: Es ist eine Funktion 4. Grades, die um 2 nach unten verschoben ist, und die durch den Punkt $(-2|35)$ geht.

*Skizzieren bedeutet hier: Zeichne ein Koordinatenkreuz ohne Beschriftung und zeichne den Graphen ein. Dabei kommt es nur auf das prinzipielle Aussehen des Graphen an.



<u>Aufgabe 3:</u> Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\sqrt[5]{(x+4)^2} = 4 \quad | \; T$$
$$\Leftrightarrow (x+4)^{\frac{2}{5}} = 4 \quad | \;^{\frac{5}{2}}$$
$$\Leftrightarrow x+4 = 4^{\frac{5}{2}} \quad | \; T$$
$$\Leftrightarrow x+4 = \sqrt[2]{4^5}$$
$$\Leftrightarrow x+4 = \sqrt[2]{4^5}$$
$$\Leftrightarrow x+4 = \sqrt{1024}$$
$$\Leftrightarrow x\,1/2+4 = \pm 32$$
$$\Leftrightarrow x_1 = -36 \;\; ; \;\; x_2 = 28 \qquad \boldsymbol{L = \{-36\,;28\}}$$

<u>Aufgabe 4:</u> Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

<u>4.1</u> $\log_2(64\mathrm{x}^2) - 2 \cdot \log_2(4\mathrm{x}) = \log_2(64\mathrm{x}^2) - \log_2((4\mathrm{x})^2) = \log_2\left(\frac{64\mathrm{x}^2}{16\mathrm{x}^2}\right) = \log_2(4) = \mathbf{2}$

<u>4.2</u> $\log_c(u+v) + \frac{\ln(u-v)}{\ln(c)} = \log_x(u+v) + \log_c(u-v) = \log_c((u+v)\cdot(u-v)) = \boldsymbol{\log_c\left(u^2 - v^2\right)}$

<u>4.3</u> $2 \cdot lg((c+d) \cdot \sqrt{2}) - 2\,lg(c) + lg\left(\frac{1}{2}(cd)^{-1}\right) + lg\left(d^{-2}\right)$

$$= lg\left(\left((c+d)\sqrt{2}\right)^2\right) - lg(c^2) + lg((2\mathrm{cd})^{-1}) - lg(d^2)$$
$$= lg\left((c+d)^2 \cdot 2\right) - lg(c^2) - lg(2\mathrm{cd}) - lg(d^2)$$
$$= lg\left(\frac{(c+d)^2 \cdot 2}{c^2 \cdot 2\mathrm{cd} \cdot d^2}\right) = \boldsymbol{lg\left(\frac{(c+d)^2}{c^3 d^3}\right)}$$

Mathematik Klasse 10a, 3. KA – Potenz- und Exponentialfunktionen – Lösung B 10.03.2014

__Aufgabe 5:__ Bei der Reaktorkatastrophe von Tschernobyl im Jahre 1986 wurden unter anderem große Mengen Cäsium-137 freigesetzt. Von jedem Kilogramm
Cäsium-137 waren nach zehn Jahren noch 794,7345179 g übrig.

__5.1__ Zeige, dass der Zerfall von Cäsium-137 mit Hilfe der Funktion $f(t)=N_0\cdot 0{,}9772871932^t$ (t in Jahren) beschrieben werden kann.

$$0{,}7947345179\,kg = 1\,kg\cdot a^{10} \quad |\ :1\,kg$$
$$\Leftrightarrow 0{,}7947345179 = a^{10} \quad |\ ^{\frac{1}{10}}$$
$$\Leftrightarrow 0{,}7947345179^{\frac{1}{10}} = a$$
$$\Leftrightarrow 0{,}9772871932 \approx a$$

Damit ist $\boldsymbol{f(t)=N_0\cdot 0{,}9772871932^t}$

__5.2__ Berechne, wie viel Cäsium-137 heute (nach 28 Jahren) von jedem Kilogramm noch übrig ist.

$$f(28)=1\,kg\cdot 0{,}9772871932^{28}\approx \mathbf{0{,}52556\,kg}$$

A: Nach 28 Jahren sind pro Kilogramm noch 525,56 g übrig.

__5.3__ Berechne die Halbwertszeit von Cäsium-137.

$f(T_{1/2})=500\,g$ Einsetzen:

$$500\,g = 1000\,g\cdot 0{,}9772871932^{T_{1/2}} \quad |\ :1000\,g$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = 0{,}9772871932^{T_{1/2}} \quad |\ \ln$$
$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(0{,}9772871932^{T_{1/2}}\right) \quad |\ T$$
$$\Leftrightarrow -\ln(2) = T_{1/2}\cdot\ln(0{,}9772871932) \quad |\ :\ln(0{,}9772871932)$$
$$\Leftrightarrow -\frac{\ln(2)}{\ln(0{,}9772871932)} = T_{1/2}$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{30{,}17 \approx T_{1/2}}$$

A: Die Halbwertszeit beträgt 31,17 Jahre.