

Aufgabe 1: Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

1.1 $2 \cdot \log_6(2) + 2 \cdot \log_6(3) = \log_6(2^2) + \log_6(3^2) = \log_6(4) + \log_6(9) = \log_6(4 \cdot 9) = \log_6(36) = 2$

1.2
$$\begin{aligned} \log_a(u+v) + \frac{\ln(u-v)}{\ln(a)} - \log_a(u^2-v^2) + \log_b\left(\frac{3u^2+6uv+3v^2}{3u+3v}\right) \\ = \log_a(u+v) + \log_a(u-v) - \log_a(u^2-v^2) + \log_b\left(\frac{3 \cdot (u^2+uv+v^2)}{3 \cdot (u+v)}\right) \\ = \log_a\left(\frac{(u+v) \cdot (u-v)}{u^2-v^2}\right) + \log_b\left(\frac{(u+v)^2}{(u+v)}\right) \\ = \log_a(1) + \log_b(u+v) = \log_b(u+v) \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Bestimme durch Umformungen die Werte für x, die die folgende Gleichung erfüllen.

$$\begin{aligned} \log_a(x^2) - \log_a(u^2 v w^2 z) &= -\frac{\log_b(u v w z)}{\log_b(a)} + \log_a(72u^{-1}) + \log_a\left(\frac{1}{2z}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a(u^2 v w^2 z) - \log_a(u v w z) + \log_a\left(\frac{72u^{-1} \cdot 1}{2z}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a\left(\frac{u^2 v w^2 z}{u v w z}\right) + \log_a\left(\frac{36}{u z}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a\left(u w \cdot \frac{36}{u z}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a\left(36 \frac{w}{z}\right) \\ \Leftrightarrow x^2 &= 36 \cdot \frac{w}{z} \\ \Leftrightarrow x_{1/2} &= \pm 6 \cdot \sqrt{\frac{w}{z}} \end{aligned}$$

Tippfehler: Eigentlich sollte $+\log_a\left(\frac{1}{2w}\right)$ in der Aufgabenstellung stehen, so dass die Lösung wie folgt gewesen wäre:

$$\begin{aligned} \log_a(x^2) - \log_a(u^2 v w^2 z) &= -\frac{\log_b(u v w z)}{\log_b(a)} + \log_a(72u^{-1}) + \log_a\left(\frac{1}{2w}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a(u^2 v w^2 z) - \log_a(u v w z) + \log_a\left(\frac{72u^{-1} \cdot 1}{2w}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a\left(\frac{u^2 v w^2 z}{u v w z}\right) + \log_a\left(\frac{36}{u w}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a\left(u w \cdot \frac{36}{u w}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a(x^2) &= \log_a(36) \\ \Leftrightarrow x^2 &= 36 \\ \Leftrightarrow x_{1/2} &= \pm 6 \end{aligned}$$