Mathematik GK 12, HÜ Nr. 1 – Ableitungsregeln – Lösung B **23.09.2011**

Hinweis: Bei fast allen Aufgaben kann man mehrere Regeln anwenden. Hier ist jeweils nur ein möglicher Lösungsweg angegeben.

__Aufgabe 1:__ Bestimme der Ableitungsfunktion der Funktion *f*. Vereinfache den Funktionsterm der Ableitung so weit wie möglich

a) $f(x)=(x-5)^2$ Mehrere Möglichkeiten: Die einfachste ist wohl Ausmultiplizieren:

$$f(x)=(x+5)^2=x^2-10\mathrm{x}+25 \quad \Rightarrow \boldsymbol{f'(x)=2\mathrm{x}-10}$$

b) $f(x)=\frac{x+4}{x-5}$ Quotientenregel mit $u(x)=x+4\ ;\ v(x)=x-5$

$$\boldsymbol{f'(x)}=\frac{1\cdot(x-5)-(x+4)\cdot 1}{(x-5)^2}=\boldsymbol{\frac{1}{x-5}-\frac{(x+4)}{(x-5)^2}}$$

c) $f(x)=\cos(x^3-2)$ Kettenregel mit $u(x)=\cos(x)\ ;\ v(x)=x^3-2$

$$\boldsymbol{f'(x)}=3\mathrm{x}\cdot(-\sin(x^3-2))=\boldsymbol{-3\mathrm{x}\cdot\sin(x^3-2)}$$

d) $f(x)=\frac{1}{\cos(x^3-2)}$ Kettenregel mit $u(x)=\frac{1}{x}\ ;\ v(x)=\cos(x^3-2)$

Für v'(x) braucht man wiederum die Quotientenregel (siehe c).

$$\boldsymbol{f'(x)}=\frac{1}{\cos^2(x^3-2)}\cdot(-3\mathrm{x}\cdot\sin(x^3-2))=\frac{-3\mathrm{x}\cdot\sin(x^3-2)}{\cos^2(x^3-2)}=-\boldsymbol{\frac{3\mathrm{x}\cdot\tan(x^3-2)}{\cos(x^3-2)}}$$

e) $f(x)=\tan(x)$ Umformen: $f(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ Quotientenregel $u(x)=\sin(x)\ ;\ v(x)=\cos(x)$

$$\boldsymbol{f'(x)}=\frac{\cos(x)\cos(x)-(-\sin(x))\sin(x)}{\cos^2(x)}=\frac{\cos^2(x)+\sin^2(x)}{\text{¿}}\cos^2(x)=\boldsymbol{\frac{1}{\cos^2(x)}}$$

f) $f(x)=\sin\left(\frac{x(x+1)}{x+2}\right)$ Kettenregel mit $u(x)=\sin(x)\ ;\ v(x)=\frac{x(x+1)}{x+2}$ $v(x)$ erst ausmultiplizieren: $v(x)=\frac{x^2+x}{(x+2)}$ Für $v'(x)$ Quotientenregel mit $u_1(x)=x^2+x\,;v_1(x)=x+2$

$$v'(x)=\frac{(2\mathrm{x}+1)(x+2)-(x^2+x)x}{(x+2)^2}=\frac{(2\mathrm{x}+1)}{(x+2)}-\frac{x(x^2+x)}{(x+2)^2}$$

$$\boldsymbol{f'(x)=\left[\frac{(2\mathrm{x}+1)}{(x+2)}-\frac{x(x^2+x)}{(x+2)^2}\right]\cdot\cos\left(\frac{x(x+1)}{x+2}\right)}$$