Mathematik GK 12, HÜ Nr. 1 – Ableitungsregeln – Lösung A **23.09.2011**

Hinweis: Bei fast allen Aufgaben kann man mehrere Regeln anwenden. Hier ist jeweils nur ein möglicher Lösungsweg angegeben.

Aufgabe 1: Bestimme der Ableitungsfunktion der Funktion *f*. Vereinfache den Funktionsterm der Ableitung so weit wie möglich

a) $f(x)=(x+5)^2$ Mehrere Möglichkeiten: Die einfachste ist wohl Ausmultiplizieren:

$$f(x)=(x+5)^2=x^2+10\mathrm{x}+25 \quad \Rightarrow \boldsymbol{f'(x)=2x+10}$$

b) $f(x)=\dfrac{x-2}{x+5}$ Quotientenregel mit $u(x)=x-2$; $v(x)=x+5$

$$f'(x)=\frac{1\cdot(x+5)-(x-2)\cdot 1}{(x+5)^2}=\boldsymbol{\frac{1}{x+5}-\frac{(x-2)}{(x+5)^2}}$$

c) $f(x)=\sin(x^2+6)$ Kettenregel mit $u(x)=\sin(x)$; $v(x)=x^2+6$

$$\boldsymbol{f'(x)=2x\cdot\cos(x^2+6)}$$

d) $f(x)=\dfrac{1}{\sin(x^2+6)}$ Kettenregel mit $u(x)=\dfrac{1}{x}$; $v(x)=\sin(x^2+6)$

Für v'(x) braucht man wiederum die Quotientenregel (siehe c).

$$f'(x)=\frac{1}{\sin^2(x^2+6)}\cdot 2\mathrm{x}\cdot\cos(x^2+6)=\frac{2\mathrm{x}\cdot\cos(x^2+6)}{\sin^2(x^2+6)}=\boldsymbol{\frac{2x}{\sin(x^2+6)\cdot\tan(x^2+6)}}$$

e) $f(x)=\tan(x)$ Umformen: $f(x)=\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ Quotientenregel $u(x)=\sin(x)$; $v(x)=\cos(x)$

$$f'(x)=\frac{\cos(x)\cos(x)-(-\sin(x))\sin(x)}{\cos^2(x)}=\frac{\cos^2(x)+\sin^2(x)}{\text{¿}}\cos^2(x)=\boldsymbol{\frac{1}{\cos^2(x)}}$$

f) $f(x)=\cos\left(\dfrac{x(x-2)}{x+1}\right)$ Kettenregel mit $u(x)=\cos(x)$; $v(x)=\dfrac{x(x-2)}{x+1}$ $v(x)$ erst ausmultiplizieren: $v(x)=\dfrac{x^2-2\mathrm{x}}{(x+1)}$ Für $v'(x)$ Quotientenregel mit $u_1(x)=x^2-2\mathrm{x}\,;v_1(x)=x+1$

$$v'(x)=\frac{(2\mathrm{x}-2)(x+1)-(x^2-2\mathrm{x})x}{(x+1)^2}=\frac{(2\mathrm{x}-2)}{(x+1)}-\frac{x(x^2-2\mathrm{x})}{(x+1)^2}$$

$$f'(x)=\left[\frac{(2\mathrm{x}-2)}{(x+1)}-\frac{x(x^2-2\mathrm{x})}{(x+1)^2}\right]\cdot\left[-\sin\left(\frac{x(x-2)}{x+1}\right)\right]=\boldsymbol{-\left[\frac{(2x-2)}{(x+1)}-\frac{x(x^2-2x)}{(x+1)^2}\right]\cdot\sin\left(\frac{x(x-2)}{x+1}\right)}$$