Mathematik Klasse 9b, 4. Klassenarbeit – Wurzeln und Pythagoras – Lösung B 13.02.2012

Aufgabe 1: Forme die Terme so um, dass im Nenner keine Wurzeln mehr auftreten und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{y}{3\sqrt{y}}=\frac{y\sqrt{y}}{3\sqrt{y}\sqrt{y}}=\frac{y\sqrt{y}}{3y}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{y}}{3}}$ **b)** $\frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}\cdot(1-\sqrt{a})}{(1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a})}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{a}-a}{1-a}}$

c) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{(x-y)\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})}=\frac{(x-y)\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{c})}{x-y}=\boldsymbol{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

Aufgabe 2: Löse die folgenden Wurzelgleichungen

<table>
<tr>
<td>

a) $5\sqrt{x+1}=\sqrt{x-23} \quad |\ ^2$
$\Rightarrow 25\cdot(x+1)=x-23 \quad |\ T$
$\Leftrightarrow 25x+25=x-23 \quad |\ -x-25$
$\Leftrightarrow 24x=-48 \quad |\ :24$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=-2}$
Probe: $5\sqrt{-2-1}=\sqrt{-2-23}$
$\Leftrightarrow 5\sqrt{-3}=\sqrt{-25}$
Probe nicht o.k., $\boldsymbol{L=\{\}}$

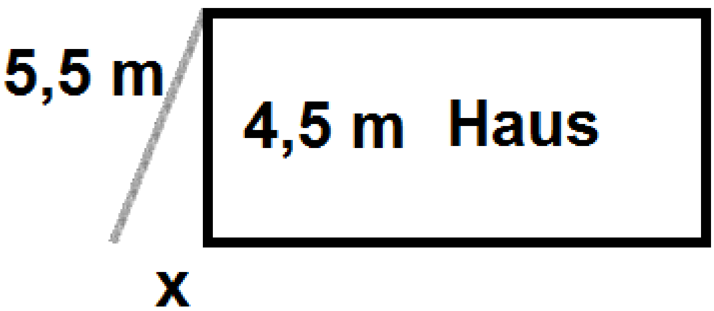
</td>
<td>

b)
$-\sqrt{4x-14}=-\sqrt{x}+\sqrt{x-6} \quad |\ -\sqrt{x-6}+\sqrt{4x-14} \quad |\ \cdot(-1)$
$\Leftrightarrow \sqrt{x-6}=\sqrt{x}-\sqrt{4x-14} \quad |\ ^2$
$\Rightarrow x-6=x-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}+4x-14 \quad |\ T$
$\Leftrightarrow x-6=5x-14-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad |\ -5x+14$
$\Leftrightarrow -4x+8=-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad |\ :(-2)$
$\Leftrightarrow 2x-4=\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad |\ ^2$
$\Rightarrow 4x^2-16x+16=4x^2-14x \quad |\ -4x^2$
$\Leftrightarrow -16x+16=-14x \quad |\ +14x-16$
$\Leftrightarrow -2x=-16 \quad |\ :(-2)$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=8}$
Probe: $\sqrt{8-6}=\sqrt{8}-\sqrt{4\cdot 8-14}$
$\sqrt{2}=\sqrt{8}-\sqrt{18}$
$\sqrt{2}=\sqrt{2\cdot 4}-\sqrt{2\cdot 9}$
$\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot 2-\sqrt{2}\cdot 3$
$\sqrt{2}=-\sqrt{2}$
Nicht o.k., $\boldsymbol{L=\{\}}$

</td>
</tr>
</table>

Aufgabe 3: Herr Daimler will auf seinem Flachdach eine Antenne installieren. Dazu muss er auf das Dach. Das Dach ist 4,5 m hoch, seine Leiter ist 5,5 m lang. Er lehnt sie so an, dass das Ende der Leiter genau mit der Dachkante abschließt. Berechne den Abstand der Leiter unten von der Hauswand.

$x^2+(4{,}5\,m)^2=(5{,}5\,m)^2$
$\Rightarrow x=\sqrt{(5{,}5\,m)^2-(4{,}5\,m)^2}$
$\Leftrightarrow x=\sqrt{30{,}25\,m^2-20{,}25\,m^2}$
$\Leftrightarrow x=\sqrt{10\,m^2}$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=3{,}16\,m}$



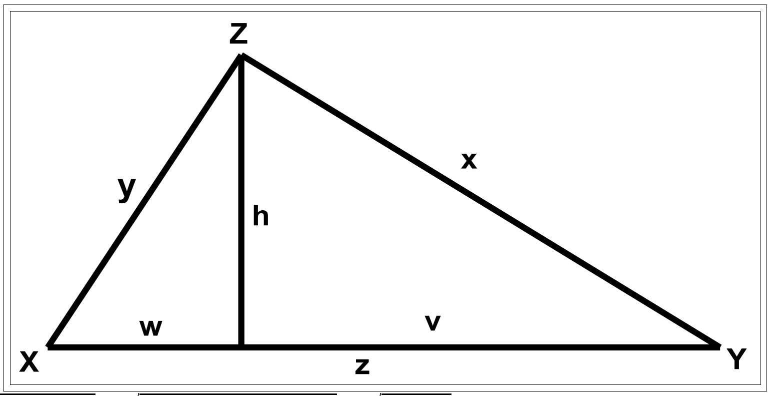
A: Die Leiter steht unten 3,16 m von der Garagenwand entfernt.

Mathematik Klasse 9b, 4. Klassenarbeit – Wurzeln und Pythagoras – Lösung B 13.02.2012

Aufgabe 4:

Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck EFG mit der Hypotenuse g und den Hypotenusenabschnitten y und x.

Berechne alle fehlenden Strecken (also x, z, v und w), wenn $y=5\,cm$ und $h=4\,cm$.



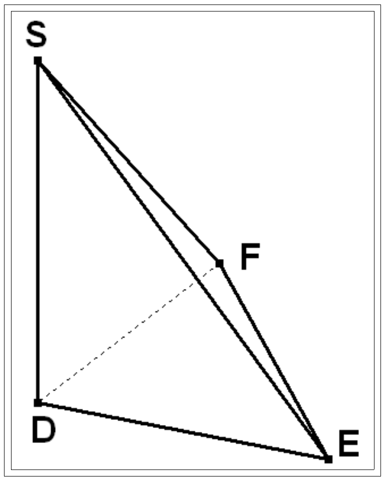
$$w^2+h^2=y^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{w}=\sqrt{y^2-h^2}=\sqrt{(5\,cm)^2-(4\,cm)^2}=\sqrt{25\,cm^2-16\,cm^2}=\sqrt{9\,cm^2}=\mathbf{3\,cm}$$

$$y^2=z\cdot w \Leftrightarrow \boldsymbol{z}=\frac{y^2}{w}=\frac{25\,cm^2}{3\,cm}=\frac{25}{3}\,cm=\mathbf{8,\overline{3}\,cm}$$

$$x^2+y^2=z^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{x}=\sqrt{z^2-y^2}=\sqrt{\left(\frac{25}{3}\,cm\right)^2-25\,cm^2}=\sqrt{\frac{400}{9}\,cm^2}=\frac{20}{3}\,cm=\mathbf{6,\overline{6}\,cm}$$

$$\boldsymbol{v}=z-w=\frac{25}{3}\,cm-3\,cm=\frac{16}{3}\,cm=\mathbf{5,\overline{3}\,cm}$$

Aufgabe 5: Rechts ist eine unregelmäßige Pyramide abgebildet. Die Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck und die Spitze liegt senkrecht über einem der Eckpunkte der Grundfläche.



Hinweis: Die folgenden Teilaufgaben behandeln unterschiedliche Pyramiden!

a) Die Grundfläche hat den Flächeninhalt $A_G=16\cdot\sqrt{3}\,cm^2$ (ca. 27,71 cm²). Die Pyramide ist so hoch wie eine Seite der Grundfläche. Berechne die Länge der Strecke $\overline{ES}$.

Sei a die Länge der Grundseite des gleichseitigen Dreiecks.

$$A=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Leftrightarrow \overline{\boldsymbol{DE}}=a=\sqrt{\frac{A\cdot 4}{\sqrt{3}}}=\sqrt{16\cdot\sqrt{3}\,cm^2\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}}=\sqrt{64\,cm^2}=\mathbf{8\,cm}$$

$$\overline{DE}^2+\overline{EF}^2=\overline{SE}^2 \Leftrightarrow a^2+a^2=\overline{ES}^2 \Rightarrow \overline{\boldsymbol{ES}}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}\cdot a=\sqrt{2}\cdot 8\,cm\approx\mathbf{11{,}31\,cm}$$

b) Die Strecke $\overline{EF}$ ist 5 cm lang. Die Höhe $\overline{DS}$ ist 4 cm lang. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks EFS.

Das Dreieck ASC muss gleichschenklig sein, weil das Dreieck ABC gleichseitig ist.

$$\overline{SE}^2=\overline{DE}^2+\overline{DS}^2 \Leftrightarrow \overline{SE}=\sqrt{\overline{DE}^2+\overline{DS}^2}=\sqrt{(5\,cm)^2+(4\,cm)^2}=\sqrt{25\,cm^2+16\,cm^2}=\sqrt{41\,cm^2}\approx 6{,}40\,cm$$

Sei h die Höhe von AC im Dreieck ASC.

$$\left(\frac{\overline{EF}}{2}\right)^2+h^2=\overline{SE}^2 \Leftrightarrow h^2=\overline{SE}^2-\left(\frac{\overline{EF}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow h=\sqrt{\overline{SE}^2-\left(\frac{\overline{EF}}{2}\right)^2}=\sqrt{41\,cm^2-\left(\frac{5\,cm}{2}\right)^2}=\sqrt{36{,}5\,cm^2}\approx 6{,}04\,cm$$

$$\boldsymbol{A}=\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 5\,cm\cdot\sqrt{36{,}5}\,cm\approx\mathbf{15{,}01\,cm^2}$$