Mathematik Klasse 10d, 4. KA – Log., Exponentialgl., Trigonometrie 1 – Lösung B 15.02.2012

Aufgabe 1: Schreibe den folgenden Term als Ausdruck einer einzelnen Logarithmusfunktion und vereinfache ihn so weit wie möglich.

a) $\log_a(a+b)-\log_a\left(\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b}\right)=\log_a(a+b)-\log_a\left(\frac{(a+b)^2}{a+b}\right)=\log_a(a+b)-\log_a(a+b)=\mathbf{0}$

b) $3\cdot\log_a(x+y)-\frac{lg(x+y)}{lg(a)}=3\cdot\log_a(x+y)-\log_a(x+y)=\mathbf{2\log_a(x+y)}$

Aufgabe 2: Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen. Gib das Ergebnis mit zwei Stellen Genauigkeit hinter dem Komma an.

a) $1{,}4^{4x-7}=10 \quad | \ \ln$

$\Leftrightarrow \ln\left(1{,}4^{4x-7}\right)=\ln(10)$

$\Leftrightarrow (4x-7)\ln(1{,}4)=\ln(10) \quad | \ :\ln(1{,}4)$

$\Leftrightarrow 4x-7=\frac{\ln(10)}{\ln(1{,}4)} \quad | \ +7$

$\Leftrightarrow 4x=\frac{\ln(10)}{\ln(1{,}4)}+7 \quad | \ :4$

$\Leftrightarrow x=\frac{\ln(10)}{4\cdot\ln(1{,}4)}+\frac{7}{4}$

$\Leftrightarrow \mathbf{x=3{,}46}$

b) $\sqrt[4]{3^{2x+5}}=\sqrt{3^{3x}} \quad | \ T$

$\Leftrightarrow \left(3^{2x+5}\right)^{1/4}=\left(3^{3x}\right)^{0{,}5} \quad | \ T$

$\Leftrightarrow 3^{1/4\cdot(2x+5)}=3^{1{,}5x} \quad | \ \log_3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(2x+5)=1{,}5x \quad | \ \cdot 4$

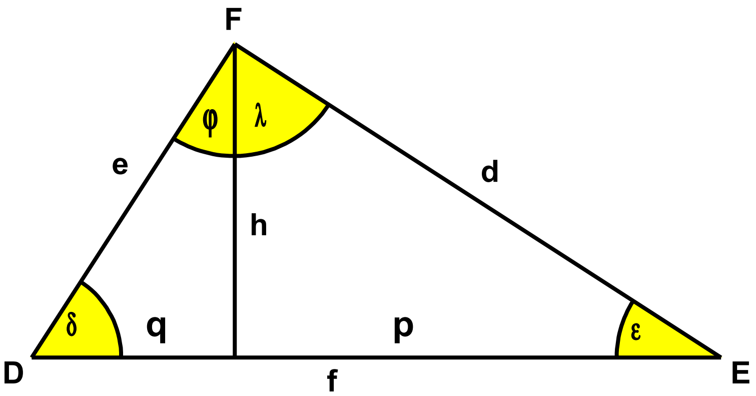
$\Leftrightarrow 2x+5=6x \quad | \ -6x-5$

$\Leftrightarrow -4x=-5 \quad | \ :(-4)$

$\Leftrightarrow \mathbf{x=\frac{5}{4}}$

Aufgabe 3: Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck DEF mit der Hypotenuse f, den Katheten d und e, der Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q.

Hinweis: Mehrere Lösungswege sind möglich.



a) $f=14\,cm;\ d=8\,cm.$
Berechne *h*.

$\cos(\epsilon)=\frac{d}{f}=\frac{8\,cm}{14\,cm}=\frac{4}{7}$

$\Rightarrow \epsilon=55{,}15°$

$\sin(\epsilon)=\frac{h}{d}\Leftrightarrow \mathbf{h}=d\sin(\epsilon)$

$=d\sin(\epsilon)$

$=8\,cm\cdot\sin(55{,}15°)$

$=\mathbf{6{,}57\,cm}$

b) $q=5\,cm;\ \epsilon=30°.$
Berechne *e*.

$\delta=90°-\epsilon=90°-30°=60°$

$\Rightarrow \cos(\delta)=\frac{q}{e}$

$\Leftrightarrow \mathbf{e}=\frac{q}{\cos(\delta)}$

$=\frac{5\,cm}{\cos(60°)}$

$=\mathbf{10\,cm}$

c) $d=30\,cm;\ \delta=40°.$
Berechne *q*.

$\tan(\delta)=\frac{d}{e}\Leftrightarrow e=\frac{d}{\tan(\epsilon)}$

$=\frac{30\,cm}{\tan(40°)}=35{,}75\,cm$

$\cos(\delta)=\frac{q}{e}\Leftrightarrow \mathbf{q}=e\cdot\cos(\delta)$

$=35{,}75\,cm\cdot\cos(40°)$

$=\mathbf{27{,}39\,cm}$

Mathematik Klasse 10d, 4. KA – Log., Exponentialgl., Trigonometrie 1 – Lösung B 15.02.2012

Aufgabe 4: Die Sonne hat einen Durchmesser von 1,39 Mio km. Sie ist etwa 149,6 Mio km von der Erde entfernt.

a) Berechne den Sehwinkel, unter dem man die Sonne sieht.

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{0{,}5\cdot 1{,}39\,mio\,km}{149{,}6\,mio\,km}=4{,}65\cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0{,}2662\,° \quad |\ \cdot 2$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha=0{,}53\,°}$$

A: Der Sehwinkel beträgt 0,53°.

b) Eine 1-Euro-Münze (Durchmesser 23,25 mm) erscheint unter dem gleichen Sehwinkel wie die Sonne. Berechne die Entfernung, in der sich die Münze befindet.

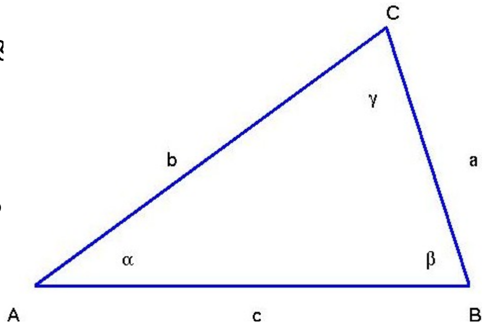
Hinweis: Wenn du kein Ergebnis bei Aufgabe a) hast, rechne mit einem Sehwinkel von 0,5° für Aufgabe b).

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{0{,}5\cdot 23{,}25\,mm}{x}\Leftrightarrow \boldsymbol{x}=\frac{0{,}5\cdot 23{,}25\,mm}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=2502{,}30\,mm=\boldsymbol{2{,}50\,m}$$

A: Das 1-Euro-Stück befindet sich in 2,50 m Abstand.

Aufgabe 5: Gegeben ist ein Dreieck ABC.

Berechne die möglichen fehlenden Seitenlängen und Winkelmaß



$$a=8{,}2\,cm\,;\,b=4{,}5\,cm\,;\,\beta=18\,°$$

$$\frac{a}{b}=\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \quad\Leftrightarrow\quad \sin(\alpha)=\frac{a}{b}\cdot\sin(\beta)=\frac{8{,}2\,cm}{4{,}5\,cm}\cdot\sin(18\,°)=0{,}563$$

Dreieck 1: $\Rightarrow\boldsymbol{\alpha_1=34{,}27\,°}$

$$\boldsymbol{\gamma_1}=180\,°-\alpha_1-\beta=\boldsymbol{127{,}73\,°}$$

$$\frac{b}{c_1}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma_1)} \quad\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{c_1}=b\cdot\frac{\sin(\gamma_1)}{\sin(\beta)}=4{,}5\,cm\cdot\frac{\sin(127{,}73\,°)}{\sin(18\,°)}=\boldsymbol{11{,}52\,cm}$$

Dreieck 2: $\Rightarrow\boldsymbol{\alpha_2}=180\,°-\alpha_1=\boldsymbol{145{,}73\,°}$

$$\boldsymbol{\gamma_2}=180\,°-\beta-\alpha_2=\boldsymbol{16{,}27\,°}$$

$$\frac{b}{c_2}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma_2)} \quad\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{c_2}=b\cdot\frac{\sin(\gamma_2)}{\sin(\beta)}=4{,}5\,cm\cdot\frac{\sin(16{,}73\,°)}{\sin(18\,°)}=\boldsymbol{4{,}08\,cm}$$