Mathematik Klasse 10d, 4. KA – Log., Exponentialgl., Trigonometrie 1 – Lösung A 15.02.2012

__Aufgabe 1:__ Schreibe den folgenden Term als Ausdruck einer einzelnen Logarithmusfunktion und vereinfache ihn so weit wie möglich.

a) $\log_a\left(\frac{x^2-2xy+y^2}{x-y}\right)-\log_a(x-y)=\log_a\left(\frac{(x-y)^2}{x-y}\right)-\log_a(x-y)=\log_a(x-y)-\log_a(x-y)=\mathbf{0}$

b) $2\cdot\log_a(a-b)-\frac{lg(a-b)}{lg(a)}=2\cdot\log_a(a-b)-\log_a(a-b)=\boldsymbol{\log_a(a-b)}$

__Aufgabe 2:__ Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichungen. Gib das Ergebnis mit zwei Stellen Genauigkeit hinter dem Komma an.

a) $3{,}2^{3x-7}=9 \quad | \ \ln$

$\Leftrightarrow \ln\left(3{,}2^{3x-7}\right)=\ln(9)$

$\Leftrightarrow (3x-7)\ln(3{,}2)=\ln(9) \quad | \ :\ln(3{,}2)$

$\Leftrightarrow 3x-7=\frac{\ln(9)}{\ln(3{,}2)} \quad | \ +7$

$\Leftrightarrow 3x=\frac{\ln(9)}{\ln(3{,}2)}+7 \quad | \ :3$

$\Leftrightarrow x=\frac{\ln(9)}{3\cdot\ln(3{,}2)}+\frac{7}{3}$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=2{,}96}$

b) $\sqrt[3]{5^{7-x}}=5^{x-2} \quad | \ T$

$\Leftrightarrow \left(5^{7-x}\right)^{1/3}=5^{x-2} \quad | \ T$

$\Leftrightarrow 5^{1/3\cdot(7-x)}=5^{x-2} \quad | \ \log_5$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(7-x)=x-2 \quad | \ \cdot 3$

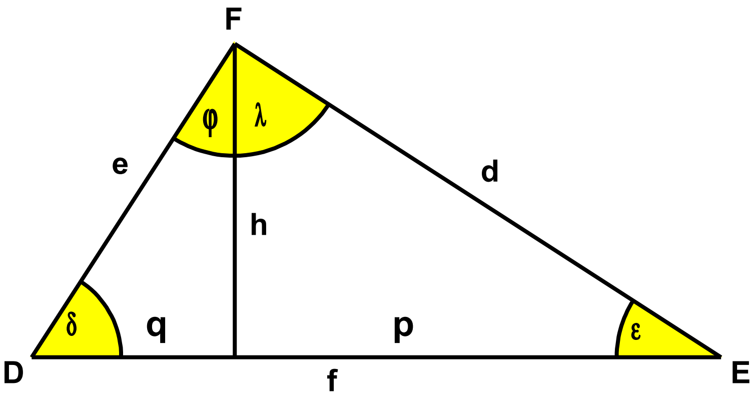
$\Leftrightarrow 7-x=3x-6 \quad | \ -3x-7$

$\Leftrightarrow -4x=-13 \quad | \ :(-4)$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=\frac{13}{4}}$

__Aufgabe 3:__ Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck DEF mit der Hypotenuse f, den Katheten d und e, der Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q.

Hinweis: Mehrere Lösungswege sind möglich.



a) $e=4\,cm;\ d=8\,cm.$
Berechne *h*.

$\tan(\epsilon)=\frac{e}{d}=\frac{4\,cm}{8\,cm}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \epsilon=26{,}57°$

$\sin(\epsilon)=\frac{h}{d}\Leftrightarrow \boldsymbol{h}=d\sin(\epsilon)$

$=d\sin(\epsilon)$

$=8\,cm\cdot\sin(26{,}57°)$

$=\mathbf{3{,}58\,cm}$

b) $p=4\,cm;\ \delta=30°.$
Berechne *d*.

$\epsilon=90°-\delta=90°-30°=60°$

$\Rightarrow \cos(\epsilon)=\frac{p}{d}$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{d}=\frac{p}{\cos(\epsilon)}$

$=\frac{4\,cm}{\cos(60°)}$

$=\mathbf{8\,cm}$

$e=30\,cm;\ \epsilon=40°.$
Berechne *p*.

$\tan(\epsilon)=\frac{e}{d}\Leftrightarrow d=\frac{e}{\tan(\epsilon)}$

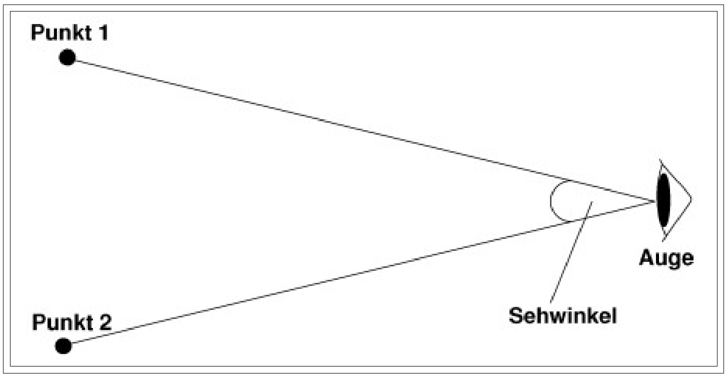
$=\frac{30\,cm}{\tan(40°)}=35{,}75\,cm$

$\cos(\epsilon)=\frac{p}{d}\Leftrightarrow \boldsymbol{p}=d\cdot\cos(\epsilon)$

$=35{,}75\,cm\cdot\cos(40°)$

$=\mathbf{27{,}39\,cm}$

<u>**Aufgabe 4:**</u> Der Mond hat einen Durchmesser von 3476 km. Er ist etwa 384.000 km von der Erdoberfläche entfernt.



a) Berechne den Sehwinkel, unter dem man den Mond sieht.

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{0{,}5\cdot 3476\,km}{384.000\,km}=4{,}526\cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0{,}2593\,° \quad |\ \cdot 2$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha=0{,}52\,°}$$

A: Der Sehwinkel beträgt 0,52°.

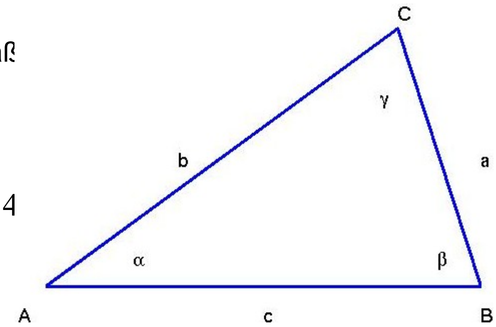
b) Eine 2-Euro-Münze (Durchmesser 25,75 mm) erscheint unter dem gleichen Sehwinkel wie der Mond. Berechne die Entfernung, in der sich die Münze befindet.

Hinweis: Wenn du kein Ergebnis bei Aufgabe a) hast, rechne mit einem Sehwinkel von 0,5° für Aufgabe b).

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{0{,}5\cdot 25{,}75\,mm}{x}\Leftrightarrow \boldsymbol{x}=\frac{0{,}5\cdot 25{,}75\,mm}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=2844{,}650\,mm=\boldsymbol{2{,}84\,m}$$

A: Das 2-Euro-Stück befindet sich in 2,84 m Abstand.

<u>**Aufgabe 5:**</u> Gegeben ist ein Dreieck ABC.



Berechne die möglichen fehlenden Seitenlängen und Winkelmaß

$$a=3{,}7\,cm\,;\,c=6{,}2\,cm\,;\,\alpha=26\,°$$

$$\frac{a}{c}=\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}\quad\Leftrightarrow\quad \sin(\gamma)=\frac{c}{a}\cdot\sin(\alpha)=\frac{6{,}2\,cm}{3{,}7\,cm}\cdot\sin(26\,°)=0{,}734$$

Dreieck 1: $\Rightarrow \boldsymbol{\gamma_1=47{,}27\,°}$

$$\boldsymbol{\beta_1}=180\,°-\alpha-\gamma_1=\boldsymbol{106{,}73\,°}$$

$$\frac{b_1}{c}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)}\quad\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{b_1}=c\cdot\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma_1)}=6{,}2\,cm\cdot\frac{\sin(106{,}73\,°)}{\sin(47{,}27\,°)}=\boldsymbol{8{,}08\,cm}$$

Dreieck 2: $\Rightarrow \boldsymbol{\gamma_2}=180\,°-\gamma_1=\boldsymbol{132{,}73\,°}$

$$\boldsymbol{\beta_2}=180°-\alpha-\gamma_2=\boldsymbol{21{,}27\,°}$$

$$\frac{b_2}{c}=\frac{\sin(\beta_2)}{\sin(\gamma_2)}\quad\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{b}=c\cdot\frac{\sin(\beta_2)}{\sin(\gamma_2)}=6{,}2\,cm\cdot\frac{\sin(21{,}27\,°)}{\sin(132{,}73\,°)}=\boldsymbol{3{,}06\,cm}$$