

Aufgabe 1: 4 Punkte

Sei f eine Potenzfunktion mit der Funktionsgleichung $f(x) = 2x^5$. Weiterhin seien $P_1(4|y_1)$ und $P_2\left(x_2\left|\frac{1}{16}\right.\right)$ Punkte auf dem Graphen von f .

Berechne die fehlenden Koordinaten y_1 von P_1 und x_2 von P_2 .

$$f(4) = 2 \cdot 4^5 = 2 \cdot 1024 = 2048 \quad P_1(4|2048)$$

$$\frac{1}{16} = 2x_2^5 \Leftrightarrow \frac{1}{32} = x_2^5 \Leftrightarrow \sqrt[5]{\frac{1}{32}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = x_2 \quad P_2\left(\frac{1}{2}\left|\frac{1}{16}\right.\right)$$

Aufgabe 2: 8 Punkte (1 + 2 + 3 + 2)

Berechne die Lösungsmenge der folgenden Potenzgleichungen.

a) $x^9 = -1953125 \quad | \sqrt[9]{}$ $\Leftrightarrow x = -5 \quad L = \{-5\}$

b) $\frac{x^{10}}{9} = -6561 \Leftrightarrow x^{10} = -59049 \Leftrightarrow x = \sqrt[10]{-59049}$ **Radikant negativ! $L = \{\}$**

c) $(x^2 - 40)^3 = 729 \Leftrightarrow x^2 - 40 = \sqrt[3]{729} \Leftrightarrow x^2 - 40 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 7 \quad L = \{-7; +7\}$

d) $(\pi x^{12})^{188} + 188 = 188 \Leftrightarrow (\pi x^{12})^{188} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad L = \{0\}$

Aufgabe 3: 12 Punkte (1 + 2 + 3 + 6)

Berechne die folgenden Terme oder vereinfache sie so weit wie möglich. Näherungswerte von Ergebnissen auf zwei Stellen nach dem Komma genau runden!

a) $\log_5(10) = \frac{\lg 10}{\lg 5} \approx 1,43$

b) $\log_3(54) - \log_3(2) = \log_3 \frac{54}{2} = \log_3(27) = 3$

c) $\lg\left(\frac{x^2 - y^4}{y^2\left(\frac{x}{y^2} + 1\right)(x - y^2)}\right) = \lg\left(\frac{x^2 - y^4}{(x + y^2)(x - y^2)}\right) = \lg\left(\frac{x^2 - y^4}{x^2 - y^4}\right) = \lg(1) = 0$

d) $\log_d\left(\frac{d^3}{c^{-2}}\right) + \frac{\log_f\left(\frac{a^2 + b^2}{(a^4 c^2 + 2a^2 b^2 c^2 + b^4 c^2)}\right)}{\log_f(d)} - \log_d((d(a^2 + b^2))^{-1})$

$$= \log_d(c^2) + \log_d\left(\frac{a^2+b^2}{c^2(a^4+2a^2b^2+b^4)}\right) - \log_d\left((d(a^2+b^2))^{-1}\right)$$

$$= \log_d(c^2 d^3) + \log_d\left(\frac{a^2+b^2}{c^2(a^2+b^2)^2}\right) - \log_d\left(\frac{1}{d(a^2+b^2)}\right)$$

$$= \log_d(c^2 d^3) + \log_d\left(\frac{1}{c^2(a^2+b^2)}\right) + \log_d(d(a^2+b^2))$$

$$= \log_d\left(c^2 d^3 \cdot \frac{1}{c^2(a^2+b^2)} \cdot d(a^2+b^2)\right)$$

$$= \log_d(d^4) = 4$$

Aufgabe 4: 6 Punkte (2 + 4)

Löse die folgenden Exponentialgleichungen.

a) $5^x = 15 \Leftrightarrow x = \log_5 15 = \frac{\lg 15}{\lg 5} \approx 1,68$

b) $4^{x^2+6x+14} = 1024 \Leftrightarrow x^2+6x+14=5 \Leftrightarrow x^2+6x+9=0 \Leftrightarrow (x+3)^2=0 \Leftrightarrow x=-3$

Aufgabe 5: 7 Punkte (3 + 4)

Und wie im Meere Well auf Well, so läuft's von Mund zu Munde schnell....
(Friedrich Schiller, Die Kraniche des Ibykus)

Inka mag eine ihrer Kolleginnen nicht und setzt ein Gerücht über sie in die Welt. Angenommen, dass jeder, der von dem Gerücht hört, es am nächsten Tag an fünf Personen weitererzählt, die das Gerücht noch nicht kennen. Inka selbst erzählt es am ersten Tag nur zwei Personen.

a) Berechne, wie viele Personen nach 10 Tagen von dem Gerücht wissen.

$$f(t) = 2 \cdot 5^{t-1} \quad t = \text{Anzahl der Tage} \quad f(10) = 2 \cdot 5^9 = 396250$$

A: Nach 10 Tagen wissen fast 4 Millionen Menschen von dem Gerücht.

b) Berechne, wann jeder Mensch in Deutschland (82 Millionen Einwohner) von dem Gerücht weiß.

$$\begin{aligned} 82000000 &= 2 \cdot 5^{t_1-1} \Leftrightarrow 41000000 = 5^{t_1-1} \Leftrightarrow \log_5(41000000) = t_1 - 1 \\ &\Rightarrow 10,89 \approx t_1 - 1 \Leftrightarrow 11,89 \approx t_1 \end{aligned}$$

A: In weniger als 12 Tagen wissen alle Menschen in Deutschland von dem Gerücht.