

**Aufgabe 1:**

Zur Kennzeichnung von Gefahrenstellen im Wasser werden Spitztonnen aus Stahlblech verwendet. Wie viel  $m^2$  Stahlblech werden zur Herstellung der rechts abgebildeten Spitztonne benötigt?

Lösungsweg: Berechnung der Mantelflächen der beiden Teilkegel mit der Formel  $M = \pi r s$ . Dazu müssen zuvor die Mantellinien  $s$  berechnet werden.

Radius der Grundfläche der beiden Teilkegel:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{2435 \text{ mm}}{2} = 1217,5 \text{ mm} = 1,218 \text{ m}$$

$$s_1^2 = h_1^2 + r^2 \Rightarrow s_1 = \sqrt{h_1^2 + r^2}$$

$$s_1 = \sqrt{(1,875 \text{ m})^2 + (1,218 \text{ m})^2} = \sqrt{5,00 \text{ m}^2} \approx 2,2356 \text{ m}$$

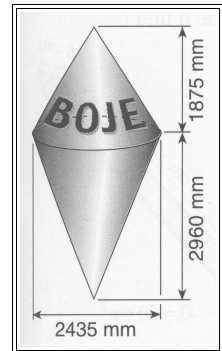
$$s_2^2 = h_2^2 + r^2 \Rightarrow s_2 = \sqrt{h_2^2 + r^2}$$

$$s_2 = \sqrt{(2,960 \text{ m})^2 + (1,218 \text{ m})^2} = \sqrt{10,244 \text{ m}^2} \approx 3,2006 \text{ m}$$

$$M_1 = \pi r s_1 = \pi 1,218 \text{ m} \cdot 2,2356 \text{ m} \approx 8,5509 \text{ m}^2$$

$$M_2 = \pi r s_2 = \pi 1,218 \text{ m} \cdot 3,2006 \text{ m} \approx 12,2419 \text{ m}^2$$

$$A = M_1 + M_2 = 20,7928 \text{ m}^2$$



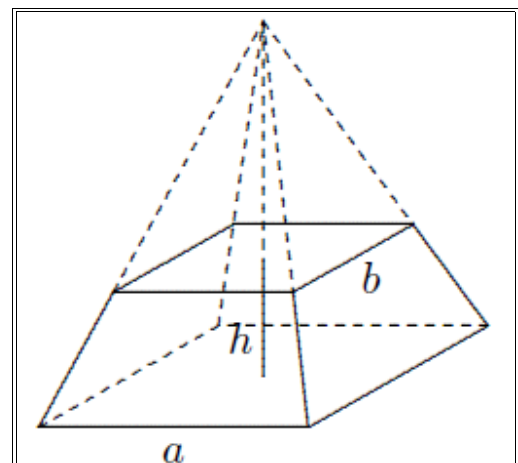
**A: Es werden etwa 20,8  $m^2$  Stahlblech für die Herstellung der Boje benötigt.**

**Aufgabe 2:**

Ein quadratischer Pyramidenstumpf hat die Höhe  $h = 3 \text{ cm}$ . Die große Grundkante ist mit  $a = 9 \text{ cm}$  dreimal so lang wie die kleine. Bestimme das Volumen.

$$b = 3 \text{ cm}$$

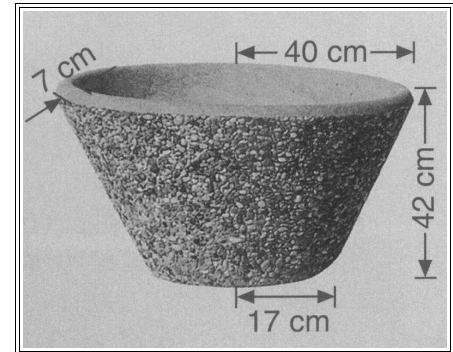
$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2) \cdot h \\ &= \frac{1}{3} ((9 \text{ cm})^2 + \sqrt{(9 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2} + (3 \text{ cm})^2) \cdot 3 \text{ cm} \\ &= \frac{1}{3} (81 \text{ cm}^2 + \sqrt{90 \text{ cm}^2} + 9 \text{ cm}^2) \cdot 3 \text{ cm} \\ &\approx 99,49 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



**A: Das Volumen beträgt etwa 99,5  $cm^3$ .**

**Aufgabe 3:**

Frau Bechberger kauft im Garten-Center drei Pflanzkübel aus 7 cm dickem Beton (vgl. Abbildung rechts). Die 42 cm hohen Kübel haben oben einen Außenradius von 40 cm und unten einen Außenradius von 17 cm. Kann sie die drei Kübel auf einmal in ihrem Auto transportieren, wenn der Wagen eine Zuladung von 485 kg hat und für die Dichte von Beton ein Wert von  $\rho = 2,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  angenommen wird (1 dm<sup>3</sup> Beton wiegen 2,3 kg)?



Lösungsweg: Berechnung des Volumens  $V_A$  des äußeren Kegelstumpfes. Davon den inneren Kegelstumpf  $V_I$  subtrahieren, um auf das Volumen des Betons zu kommen. Das Volumen  $V_K$  mit der Dichte multiplizieren, um die Masse zu errechnen. Mit 3 multiplizieren und von der möglichen Zuladung subtrahieren, um zu ermitteln wie viel Frau Bechberger wiegen darf, ohne den Wagen zu überladen.

Äußerer Kegel:

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{\pi}{3} \cdot h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) \\ &= \frac{\pi}{3} \cdot 4,2 \text{ dm} \left( (4,0 \text{ dm})^2 + 4,0 \text{ dm} \cdot 1,7 \text{ dm} + (1,7 \text{ dm})^2 \right) \\ &= \frac{\pi}{3} \cdot 4,2 \text{ dm} \cdot 25,69 \text{ dm}^2 \\ &\approx 112,99 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Innerer Kegel:  $r_3 = r_1 - 0,7 \text{ dm} = 3,3 \text{ dm}$      $r_4 = r_2 - 0,7 \text{ dm} = 1,0 \text{ dm}$      $h_2 = h - 0,7 \text{ dm} = 3,5 \text{ dm}$

$$\begin{aligned} V_I &= \frac{\pi}{3} \cdot h_2 (r_3^2 + r_3 r_4 + r_4^2) \\ &= \frac{\pi}{3} \cdot 3,5 \text{ dm} \left( (3,3 \text{ dm})^2 + 3,3 \text{ dm} \cdot 1,0 \text{ dm} + (1,0 \text{ dm})^2 \right) \\ &= \frac{\pi}{3} \cdot 3,5 \text{ dm} \cdot 15,19 \text{ dm}^2 \\ &\approx 55,67 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\text{Differenz } V_K = V_A - V_I = 112,99 \text{ dm}^3 - 55,67 \text{ dm}^3 = 57,32 \text{ dm}^3$$

$$\text{Masse eines Kübels: } m = \rho \cdot V_K = 2,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 57,32 \text{ dm}^3 = 131,83 \text{ kg}$$

$$\text{Masse von drei Kübeln: } m_3 = 3 \cdot m = 395,48 \text{ kg}$$

$$\text{Differenz zur Zuladung } \Delta m = 485 \text{ kg} - 395,48 \text{ kg} = 89,52 \text{ kg}$$

**A: Frau Bechberger darf die Kübel transportieren, wenn sie selber inklusive Kleidung weniger als 89 kg wiegt. (Wenn sie sonst nichts im Auto hat).**