Mathematik Klasse 8b, KA Nr. 4 - Binomische Formeln - Lösung A

08.03.2010

Aufgabe 1: Verwandle die folgenden Produkte mit Hilfe der binomischen Formeln in eine Summe.

a)
$$(x-y)\cdot(x-y) = x^2 - 2xy + y^2$$

1 Punkt

b)
$$(3a+5b)^2=9a^2+2\cdot3a\cdot5b+25b^2=9a^2+30ab+25b^2$$

2 Punkte

c)
$$(g+h)\cdot (h-g)=(h+g)\cdot (h-g)=h^2-g^2$$

2 Punkte

d)
$$\left(\frac{1}{4}x^2y + \frac{1}{3}ab\right) \cdot \left(\frac{1}{4}x^2y - \frac{1}{3}ab\right) = \frac{1}{16}x^4y^2 - \frac{1}{9}a^2b^2$$

2 Punkte

Aufgabe 2: Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

a)
$$(a-c)^2+(b+c)(b-c)=a^2-2ac+c^2+b^2-c^2=a^2+b^2-2ac$$

2 Punkte

b)
$$4x(x+y)-(2x+y)^2=4x^2+4xy-(4x^2+4xy+y^2)=4x^2+4xy-4x^2-4xy-y^2=-y^2$$
 3 P.

(5m+3n)²+3·
$$\left(\frac{2}{3}m-\frac{1}{2}n\right)^2$$
=25 m^2 +2·5 m ·3 n +9 n^2 +3· $\left(\frac{4}{9}m^2-2\cdot\frac{2}{3}m\cdot\frac{1}{2}n+\frac{1}{4}n^2\right)$
=25 m^2 +30 m n +9 n^2 + $\frac{12}{9}$ m^2 -3· $\frac{4}{6}$ m n + $\frac{3}{4}$ n^2 = $\frac{79}{3}$ m^2 +32 m n + $\frac{39}{4}$ n^2

<u>Aufgabe 3:</u> Wandle die folgenden Summen in ein Produkt um, indem du so viele Faktoren wie möglich ausklammerst.

a)
$$r^2 s^2 t^2 + rst = r s t (r s t + 1)$$

1 Punkt

b)
$$4\frac{a^2b^3}{c} - 8\frac{a^2b^2}{c} = 4\frac{a^2b^2}{c} \cdot (b-2)$$

3 Punkte

<u>Aufgabe 4:</u> Wandle die folgenden Summen in ein Produkt um, indem du eine binomische Formel anwendest.

a)
$$-2 p q + p^2 + q^2 = p^2 - 2 p g + q^2 = (p-q)^2$$
 oder $-2 p q + p^2 + q^2 = q^2 - 2 p g + p^2 = (q-p)^2$

2 Punkte

b)
$$9a^2-36b^2=(3a+6b)(3a-6b)$$

2 Punkte

c)
$$\frac{25}{16}x^4 + \frac{15}{14}x^2y^3 + \frac{9}{49}y^6 = \left(\frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{7}y^3\right)^2$$

3 Punkte

Mathematik Klasse 8b, KA Nr. 4 - Binomische Formeln - Lösung A

08.03.2010

Aufgabe 5: Klammere zuerst einen Faktor aus. Wende anschließend eine binomische Formel an.

a)
$$12x^2-27y^2=3(4x^2-9y^2)=3(2x+3y)(2x-3y)$$

2 Punkte

b)
$$\frac{1}{2}g^2 + 2gh + 2h^2 = \frac{1}{2}(g^2 + 4gh + 4h^2) = \frac{1}{2}(g + 2h)^2$$

3 Punkte

<u>Aufgabe 6:</u> Auf einer Weide soll ein Rechteck mit einer Länge von (x + 5) Metern und einer Breite von (x - 5) Metern eingezäunt werden.

a) Stelle einen Term für die Länge des Zauns auf und vereinfache ihn so weit wie möglich.

Länge
$$U=(x+5)+(x+5)+(x-5)+(x-5)=4x+10-10=4x$$

A: Der Zaun hat die Länge 4x.

2 Punkte

b) Stelle einen Term für die eingezäunte Fläche auf und vereinfache ihn so weit wie möglich.

Fläche
$$A=(x+5)(x-5)=x^2-25$$

2 Punkte

A: Die Umzäunung hat die Fläche x² -25.

Bonusaufgabe c): Die Einzäunung hat die Länge von (x+y) Metern und die Breite von (x-y) Metern. Welchen Wert muss y annehmen, damit die eingezäunte Fläche möglichst groß ist, wenn x nicht verändert wird? Begründe mit einer Rechnung.

Zaunlänge
$$U=2(x+y)+2(x-y)=4x$$

Egal, wie wir y wählen, die Länge des Zauns ist immer 4x.

Fläche
$$A = (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Von der Fläche x^2 wird also noch y^2 abgezogen. Damit y^2 möglichst klein ist, muss y = 0 sein.

A: Die Einzäunung muss quadratisch sein.

4 Punkte